

Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase
2017
Mathematik

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = \frac{1}{24} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

a) Geben Sie $f'(x)$ an.

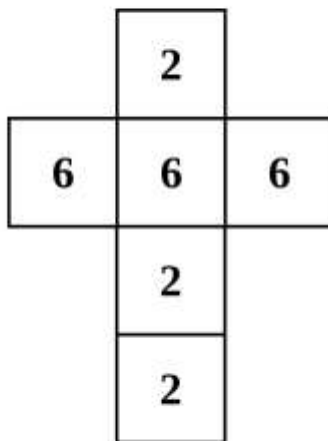
(2 Punkte)

b) Bestimmen Sie rechnerisch die Stellen, an denen der Graph von f die Steigung $-\frac{3}{2}$ hat.

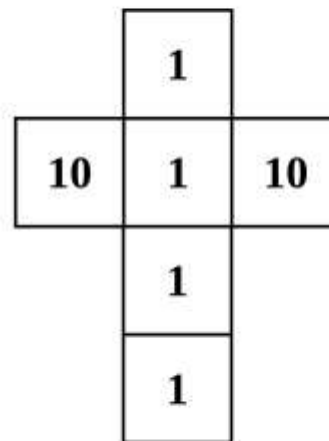
(4 Punkte)

Aufgabe 2:

Zwei Würfel sind wie folgt beschriftet:



Würfel A



Würfel B

a) Ermitteln Sie für Würfel A und für Würfel B jeweils den Erwartungswert der erzielten Augenzahl bei einem Wurf.

(2 Punkte)

b) Mia und Tom würfeln jeweils einmal, Mia mit Würfel A und Tom mit Würfel B. Wer die größere Augenzahl hat, gewinnt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Mia gewinnt.

(4 Punkte)

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabe 3:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = x^3 - 7,5 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 5,5, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Die *Abbildung 1* zeigt den Graphen von f .

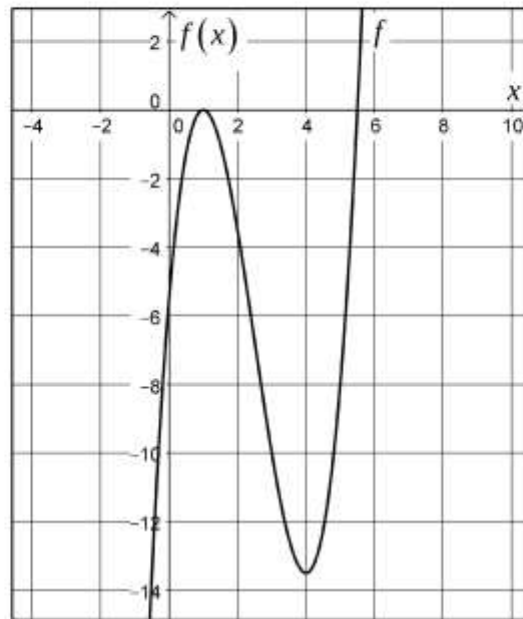


Abbildung 1

a) Zeigen Sie rechnerisch, dass $H(1|0)$ ein lokaler Hochpunkt und $T(4|-13,5)$ ein lokaler Tiefpunkt des Graphen von f ist.

(8 Punkte)

b) Die *Abbildung 2* zeigt einen vergrößerten Ausschnitt von *Abbildung 1*. Zusätzlich zum Graphen von f ist die Sekante s durch den Punkt $H(1|0)$ und einen Nachbarpunkt $N(0,5|f(0,5))$ eingezeichnet.

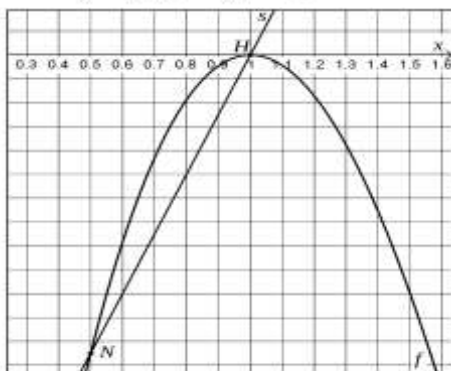


Abbildung 2

(1) Ermitteln Sie die Steigung der Sekante s .

(2) Der Nachbarpunkt nähert sich auf dem Funktionsgraphen von f dem Punkt H an. Dadurch nähert sich die Steigung der Sekante durch H und diesen Nachbarpunkt einer bestimmten Zahl an.

Geben Sie diese Zahl an und begründen Sie, warum sich die Steigung der Sekante der angegebenen Zahl annähert.

(2 + 4 Punkte)

c) (1) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in die Abbildung 3 ein.

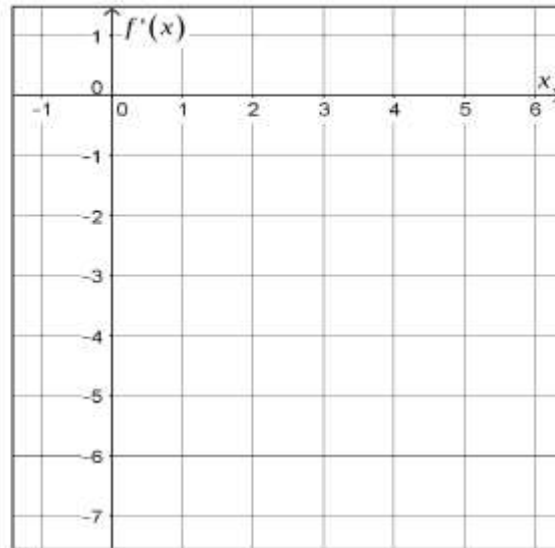


Abbildung 3

(2) Entscheiden Sie begründet, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:

Zu jeder Tangente t_1 an den Graphen von f gibt es eine von t_1 verschiedene Tangente t_2 an den Graphen von f , die parallel zu t_1 verläuft.

(4 + 3 Punkte)

d) Der Graph einer neuen Funktion g geht durch eine Transformation aus dem Graphen der Funktion f hervor. Der Graph von g besitzt die beiden Extrempunkte $E_1(1|0)$ und $E_2(4|13,5)$.

Geben Sie diese Transformation an und stellen Sie eine Funktionsgleichung von g auf.

(3 Punkte)

Aufgabe 4:

Aufregung im Zoo: Normalerweise beträgt die Körpertemperatur von Elefant King ungefähr 36°C , nun hat er Fieber bekommen. Der Verlauf der Körpertemperatur von King in der Zeit von 0:00 Uhr (Mitternacht) bis 14:30 Uhr kann für $0 \leq t \leq 14,5$ mit Hilfe der Funktion f mit der Funktionsgleichung

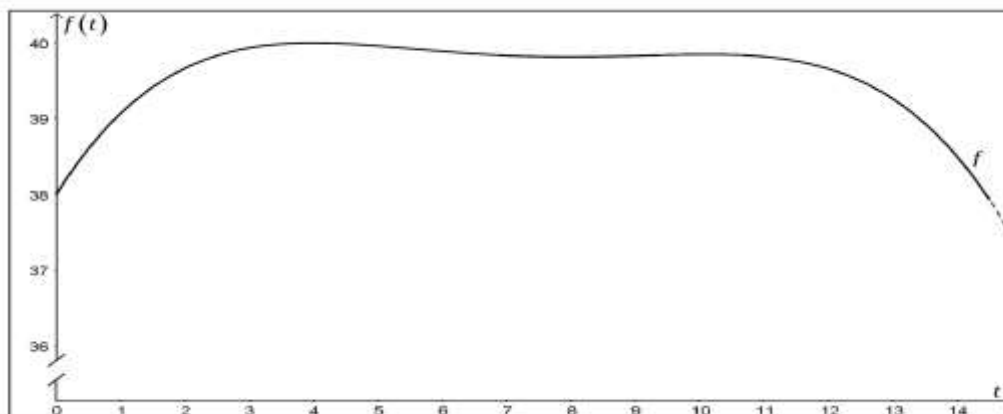
$$f(t) = -0,00106 \cdot t^4 + 0,0312 \cdot t^3 - 0,3239 \cdot t^2 + 1,3636 \cdot t + 38, \quad t \in \mathbb{R},$$

beschrieben werden.

$t = 1$ entspricht dabei der Uhrzeit 1:00 Uhr nachts, $t = 13$ entspricht 13:00 Uhr mittags usw.

$f(t)$ ist die Körpertemperatur von King in $^\circ\text{C}$ zu der durch t gegebenen Uhrzeit.

Die Abbildung zeigt den Graphen von f .



Abbildung

Mit der Funktion f ist es möglich, die folgenden Aufgaben zu bearbeiten.

a) Der Graph der Funktion f hat einen gemeinsamen Punkt P mit der y -Achse.

Geben Sie die Koordinaten von P und die Bedeutung dieser Koordinaten im Sachzusammenhang an.

(3 Punkte)

b) (1) *Untersuchen Sie rechnerisch, wann die Körpertemperatur von King das erste Mal ein Maximum erreicht, und bestimmen Sie diese Maximaltemperatur.*

(2) *Ermitteln Sie den Zeitpunkt im Zeitraum von 0:00 Uhr bis 14:30 Uhr, zu dem die Körpertemperatur von King am niedrigsten ist, und bestimmen Sie diese Temperatur.*

(8 + 3 Punkte)

c) *Ermitteln Sie, wie lange die Körpertemperatur von King über $38,5^\circ\text{C}$ liegt.*

(5 Punkte)

d) Die Tierärztin will abschätzen, wann King wieder seine normale Körpertemperatur erreicht. Sie geht dazu davon aus, dass das Fieber ab 14:30 Uhr gleichmäßig mit der momentanen Änderungsrate abnimmt, die um 14:30 Uhr vorliegt.

Ermitteln Sie, wann King bei dieser Annahme wieder seine normale Körpertemperatur von 36°C erreicht hat.

(5 Punkte)