Mathematik EF m2 (Gr)		**Übungsaufgaben**	mit Lösung	**12.12.2018**

Aufgabe 1

Eine Firma hat ein besonderes Modell für eine Wasserrutsche konzipiert, deren seitliches Profil durch den Graphen einer Funktion f mit der Gleichung

$f(x) = -\frac{1}{10}x^3 + \frac{5}{2}x$ (x und f (x) in Metern) $D_f = [-7;0]$

modelliert werden kann.
Gerutscht wird vom Startpunkt S (-7| f (-7)) von links nach rechts. Am Punkt A(0|0) befindet man sich genau an der Wasseroberfläche, die durch die x-Achse beschrieben wird. Hier wird man dann sozusagen ins Becken „katapultiert".

a) In welcher Höhe befindet sich der Startpunkt ?
b) Bestimme die Nullstellen von f und erläutere deren Bedeutung im Sachzusammenhang.
c) Untersuche f (mit $D_f = \mathbb{R}$) auf Symmetrie, Grenzwerte für $x \to \pm\infty$ und x nahe Null.

Aufgabe 2 *(Nullstellenbestimmung)*

Welches Verfahren ist zur Nullstellenbestimmung jeweils geeignet ? Begründe kurz und berechne dann die Nullstellen.

a) $f(x) = x\,(x-2)\,(x+9)$
b) $g(x) = 4x^3 - 3x^2$
c) $h(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^2 + 8$
d) Gebe f(x) als Summe an.

Aufgabe 3

Bei einem Redbull Flugtag an einer Küste springt ein Teilnehmer mit einem selbst gebastelten Drachen von den Klippen ins Meer. Die Flugkurve des Teilnehmers kann durch die Funktion

$f(x) = -x^3 - x^2 + 5x + 21$ angenähert werden.

a) Gebe an wie hoch die Klippen sind.
b) In 2,5 m Entfernung ragen 10 m hohe Klippen aus dem Wasser. Berechne, ob der Teilnehmer diese überfliegt.
c) Bestimme an welcher Stelle der Teilnehmer das Wasser erreicht.
d) Wie lange bleibt er unter Wasser ?

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $g(x) = (2{,}5x^2 + 3)(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

a) Bestimme den y-Achsenabschnitt.
b) Gebe die Nullstellen der Funktion ohne Rechnung an. Begründe, warum auf eine Rechnung verzichtet werden kann.

Übungsaufgaben EF m2 (Gr) vom 12.12.2018

Aufgabe 1

a) $f(-7) = -\frac{1}{10} \cdot (-7)^3 + \frac{5}{2} \cdot (-7)$ Lösung „händisch"

$= \frac{343}{10} - \frac{35}{2} = \frac{343}{10} - \frac{175}{10} = \frac{168}{10} = 16{,}8$ Lösung „GTR"

Ansatz + Angabe $f(-7)$ Ergebnis reicht

Der Startpunkt befindet sich in einer Höhe von 16,8 m.

b) Lösung „händisch" Lösung „GTR"

$0 = -\frac{1}{10} x^3 + \frac{5}{2} x$

$f(0) = 0$
$\hookrightarrow$ GTR
$x_1 = 0$
$x_2 = 5$
$x_3 = -5$

$x\left(-\frac{1}{10} x^2 + \frac{5}{2}\right) = 0$

$x_1 = 0 \lor -\frac{1}{10} x^2 + \frac{5}{2} = 0$

$-\frac{1}{10} x^2 = -\frac{5}{2} \quad | \cdot (-10)$

$x^2 = 25$

$x_2 = 5$

$x_3 = -5$

Bed. im SZH
x-Achse $\hat{=}$ Wasseroberfläche
$\Rightarrow$ NS sind Übergang zw. über- und unter Wasser

c)

$\rightarrow$ Symmetrie: $f(x)$ ist PS zu $(0|0)$, weil alle Exponenten ungerade sind.

$\rightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} -\frac{1}{10} x^3 = -\infty$ Betrachte $g(x) = -\frac{1}{10} x^3$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{-1}{10} x^3 = \infty$

... also von links unten nach rechts oben.

→ Nahe Null wie steigende Grade, wg. $k(x) = \frac{5}{2} x$

Aufgabe 2

a) Ablesen wg. Darstellung als Linearfaktoren

$x_1 = 0 \; ; \; x_2 = 2 \; ; \; x_3 = -9$

b) Ausklammern, da jeder Summand ein x enthält.

$0 = 4x^3 - 3x^2$

$0 = x^2 (4x - 3)$

$x^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ [Doppelte NS]

$\vee \; 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow 4x = 3 \Leftrightarrow x_2 = \frac{3}{4}$

c) Substitution da x^2 und x^4 die einzigen Potenzen sind.

$0 = \frac{1}{2} x^4 - 4x^2 + 8 \quad$ Subst.: $x^2 = z$

$0 = \frac{1}{2} z^2 - 4z + 8 \quad | \cdot 2$

$0 = z^2 - 8z + 16$

pq-Formel

$$z_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-16}$$

$$z = 4$$

Resubstitution

$z = x^2$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

d) $f(x) = x\,(x-2)(x+9)$

$$= (x^2-2x)(x+9)$$

$$= x^3+9x^2-2x^2-18x = x^3+7x^2-18x$$

Aufgabe 3

a) $f(0) = 21$ Die Klippen sind 21m hoch

b) GTR Prüfen, ob $f(2{,}5) > 10$

$f(2{,}5) = 11{,}625$ somit überfliegt der Teilnehmer die Klippen.

c) GTR ges. NS

$\hookrightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x = 3$

Der Teilnehmer erreicht das Wasser 3m „hinter" den Klippen, also in horizontaler Entfernung.

d) Nach dieser Modellierung unendlich lange.

Aufgabe 4

a) $3 \cdot (+\sqrt{5}) \cdot (-\sqrt{5}) = -15$

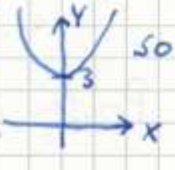
oder

$$\begin{aligned} g(x) &= (2{,}5x^2+3)(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) \\ &= (2{,}5x^2+3)(x^2-5) \\ &= 2{,}5x^4+3x^2-12{,}5x^2-15 \\ &= 2{,}5x^4-9{,}5x^2-15 \end{aligned}$$

Y_{Aa}

b) $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5}$ } Damit werden die hinteren beiden Linearfaktoren Null

Keine weitere NS, weil:

$\underbrace{(2{,}5x^2+3)}_{\text{wird nie Null!}}$ ist  so eine Parabel ohne NS.