Mathematik	**EFm2**	Gr	**Übung**	**mit Lösung**	***05.12.2018***

Aufgabe 1 *ohne GTR zu berechnen / Kontrolle mit GTR erlaubt !*

Eine ganzrationale Funktion hat drei Nullstellen: $x_1 = 6$; $x_2 = -6$ und $x_3 = 2$

a) Gebe eine mögliche Funktionsgleichung als Produkt von Linearfaktoren an.

b) Multipliziere den Funktionsterm aus a) aus, sodass eine Summe aus Potenzfunktionen entsteht und gebe dann den Y-Achsenabschnitt an, untersuche das Globalverhalten und das Verhalten nahe Null der Funktion und betrachte schließlich die Funktion im Hinblick auf die im Unterricht behandelten Standardsymmetrien.

Aufgabe 2

Gebe jeweils einen möglichen Funktionsterm für eine ganzrationale Funktion f an, sodass der Graph von f die gewünschten Eigenschaften besitzt.

a) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung und besitzt genau drei Nullstellen.

b) Der Graph verläuft von links unten nach rechts unten, ist achsensymmetrisch zur y-Achse und verhält sich nahe Null wie eine nach oben geöffnete Parabel.

Aufgabe 3 *ohne GTR zu berechnen / Kontrolle mit GTR erlaubt !*

Welches Verfahren ist zur Nullstellenbestimmung jeweils geeignet ? Begründe kurz warum und berechne dann die Nullstellen.

a) $f(x) = (x^2 - 9)\,(x + 2{,}5)\,(4 - x)$

b) $h(x) = -1{,}44\,x^4 + 2{,}88\,x^2 - 1{,}44$

c) $g(x) = 3\,x^3 + 3\,x^2 - \frac{45}{4}\,x$

Aufgabe 4 *GTR erlaubt !*

Betriebswirte planen Produktionsprozesse in der Industrie. Dazu nutzen sie u.a. Gewinnfunktionen, in die die Produktionskosten und die Verkaufszahlen mit eingerechnet werden. Eine bekannte Bekleidungsfirma kalkuliert für die Herstellung extravaganter Anzüge mit folgender Gewinnfunktion

$G(x) = -\frac{1}{10}x^3 + 5x^2 + 75x - 900$. Dabei wird die Stückzahl x dem erwarteten Gewinn G(x) in Euro zugeordnet.

a) Welche Kosten hat das Unternehmen, bevor es mit der Produktion beginnt ?

b) Bestimme den Bereich der Stückzahlen mit positivem Gewinn.

c) Bestimme den Bereich der Stückzahlen mit einem Gewinn von mehr als 3000 €.

Musterlösung EF m2 (Gr) Übung v. 5.12.18

Aufgabe 1

a) $f(x) = (x-6)(x+6)(x-2)$

b) $f(x) = (x^2-36)\cdot(x-2)$

$= x^3 - 2x^2 - 36x + 72$

$\rightarrow f(0) = 72$

$\rightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} x^3 = \infty$

$\rightarrow$ nahe Null wie $k(x) = -36x$, also eine fallende Gerade

$\rightarrow$ keine Standardsymmetrie, da gerade und ungerade Exponenten in FG enthalten sind

Aufgabe 2

a) $f(x) = x^3 - x$

b) $f(x) = -x^4 + x^2$

Aufgabe 3

a) Ablesen, wg. Linearfaktoren

$x_1 = 3$; $x_2 = -3$; $x_3 = -2{,}5$; $x_3 = 4$

(wg. $x^2 - 9 = 0$)

$\Leftrightarrow x^2 = 9$

$x_1 = 3 \wedge x_2 = -3$

b) Substitution, wg x^2 und x^4
(Exponenten sind Vielfache voneinander)

$0 = -1{,}44\,x^4 + 2{,}88\,x^2 - 1{,}44$

Substitution $x^2 = z$

$0 = -1{,}44\,z^2 + 2{,}88\,z - 1{,}44 \quad | : (-1{,}44)$

$0 = z^2 - 2z + 1$

$z_{1/2} = 1 \pm \sqrt{0}$

$z_{1/2} = 1$ [doppelte NS]

Resubstitution $z = x^2$

$x^2 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 1 \wedge x_2 = -1$

c) Ausklammern, wg. jeder Summand enthält ein x

$0 = 3x^3 + 3x^2 - \frac{45}{4}x$

$0 = x\left(3x^2 + 3x - \frac{45}{4}\right)$

$x_1 = 0 \vee 3x^2 + 3x - \frac{45}{4} = 0 \quad | \cdot \frac{1}{3}$

$$0 = x^2 + x - \frac{45}{12}$$

$$x_{2/3} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{45}{12}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{48}{12}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{4}$$

$$x_2 = 1{,}5$$

$$x_3 = -2{,}5$$

Aufgabe 4

a) $G(0) = -900$ Das Unternehmen hat Kosten von 900 €.

b) $G(x) = 0$

↳ GTR $x_1 \approx 8{,}2$

$x_2 \approx 60$

(3. NS bei $\approx -18{,}2$ außerhalb D_f)
(Es gibt keine „negative" Produktion)

Somit ist der Bereich von 9 – 59 Stück der mit positivem Gewinn.

c) $G(x) = 3000$

↳ $x_1 \approx 28{,}6$ ⇒ Bereich ist nun von 29 – 49 Stück

$x_2 \approx 49{,}1$